

CIJELI BROJEVI (SAŽETAK)

➤ **Skup cijelih brojeva (Z)** obuhvaća prirodne ili pozitivne brojeve, negativne brojeve i nulu. Nula nije niti pozitivan niti negativan broj.

$$Z = \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

Pozitivni brojevi su veći od nule a **negativni brojevi** su manji od nule.

➤ **Pozitivni brojevi** označavaju da nešto imamo, temperature veće od nule, pozitivno stanje na računju, nadmorsku visinu iznad morske površine, ...

➤ **Negativni brojevi** označavaju kad nešto nedostaje, temperature manje od nule, dug na računju, nadmorsku visinu ispod morske površine, ...

➤ **Apsolutna vrijednost** nekog broja je udaljenost broja od nule. Apsolutna vrijednost se označava sa dvije uspravne crte.

Primjer: $|7| = 7$, $|-13| = 13$, $|0| = 0$

Apsolutna vrijednost je uvijek pozitivan broj.

➤ **Suprotni brojevi** su brojevi različitih predznaka koji imaju jednaku apsolutnu vrijednost.

Primjer: Suprotni brojevi su 15 i -15, -34 i 34, 107 i -107, -3760 i 3760

Suprotni brojevi se nalaze na suprotnim stranama jednako udaljeni od nule.

➤ **Predhodnik** je broj za 1 manji od zadanog broja.

Primjer: Predhodnik os 9 je 8, predhodnik od 720 je 719, predhodnik od 0 je -1, predhodnik od -24 je -25, predhodnik od -50 je -51, ...

➤ **Sljedbenik** je broj za 1 veći od zadanog broja.

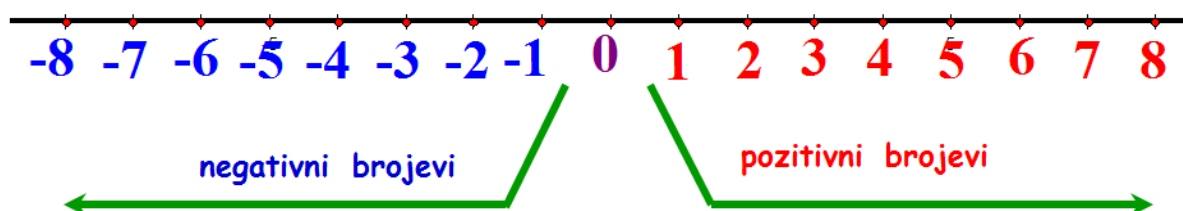
Primjer: Sljedbenik od 9 je 10, sljedbenik od 720 je 721, sljedbenik od 0 je 1, sljedbenik od -24 je -23, sljedbenik od -50 je -49, ...

Uspoređivanje cijelih brojeva

Od dva pozitivna broja veći je onaj koji ima veću apsolutnu vrijednost. Na 10°C je toplije nego na 5°C .

Od dva negativna broja veći je onaj koji ima manju apsolutnu vrijednost. Na -5°C je toplije nego na -10°C .

Cijeli brojevi na brojevnom pravcu



Pozitivni brojevi su desno od nule a negativni su lijevo od nule.

ZBRAJANJE CIJELIH BROJEVA

Kod zbrajanja cijelih brojeva razlikujemo dva slučaja:

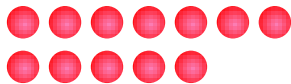
1. zbrajanje brojeva jednakih predznaka.
2. zbrajanje brojeva suprotnih predznaka.

Prikažimo cijele brojeve slikovito pomoću krugova - crveni za pozitivne brojeve (● = +1) i plavi za negativne (● = -1) Crveni i plavi krug se međusobno poništavaju.

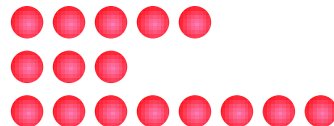
1. Zbrajanje brojeva jednakih predznaka

Primjer:

a) $7 + 5 = 12$



b) $5 + 3 + 8 = 16$

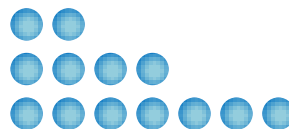


Ako su svi pribrojnici pozitivni i zbroj je pozitivan a dobijemo ga tako da zbrojimo apsolutne vrijednosti pribrojnika. (Novci koje imamo u jednom džepu zbrajaju se s novcima koje imamo u drugom džepu.)

c) $-7 + (-5) = -12$



d) $-2 + (-4) + (-7) = -13$



Ako su svi pribrojnici negativni i zbroj je negativan a dobijemo ga tako da zbrojimo apsolutne vrijednosti pribrojnika i dodamo minus. (Dugovi se međusobno zbrajaju i dobijemo još veći dug.)

2. Zbrajanje brojeva suprotnih predznaka

Primjer:

a) $7 + (-5) = 2$ (Računamo $7 - 5 = 2$)



b) $(-7) + 10 = 3$ (Računamo $10 - 7 = 3$)

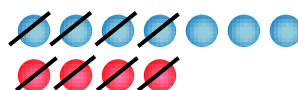


Ako je broj koji ima veću apsolutnu vrijednost pozitivan i rezultat je pozitivan a dobijemo ga tako da od veće apsolutna vrijednosti oduzmemo manju. (Jači pobjeđuje.)

c) $7 + (-11) = -4$ (Računamo $11 - 7 = 4$ i dodamo minus.)



d) $(-7) + 4 = -3$ (Računamo $7 - 4 = 3$ i dodamo minus)



Ako je broj koji ima veću apsolutnu vrijednost negativan i rezultat je negativan a dobijemo ga tako da od veće apsolutna vrijednosti oduzmemo manju a zatim dodamo minus. (Jači pobjeđuje.)

3. Zbrajanje suprotnih brojeva

Primjer:

a) $7 + (-7) = 0$



b) $(-9) + 9 = 0$



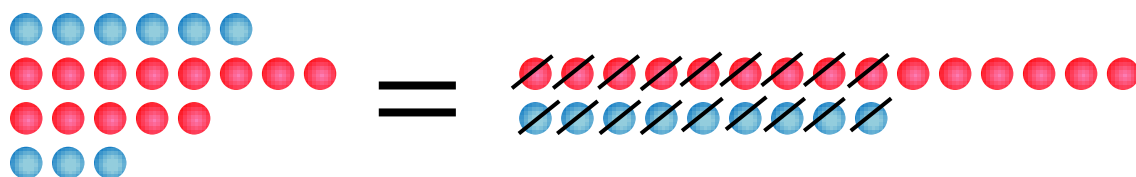
Zbroj suprotnih brojeva je uvijek nula.

4. Zbrajanje više pribrojnika

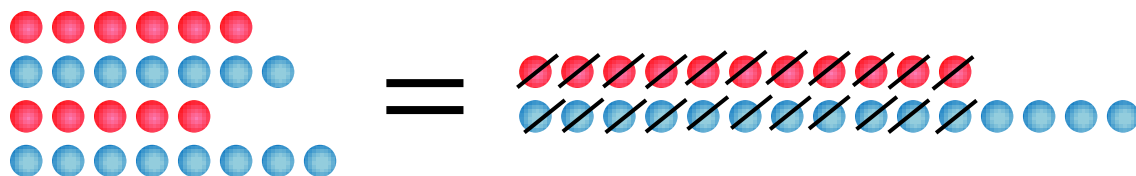
Najprije zbrojimo pozitivne pribrojnike s pozitivnim pribrojnicima a negativne s negativnima. Na kraju oduzmemo od veće apsolutne vrijednosti manju i ako je potrebno dodamo minus.

Primjer:

a) $-6 + 8 + 5 + (-3) + 2 = 15 - 9 = 6$



b) $6 + (-7) + 5 + (-8) = 11 - 15 = -4$

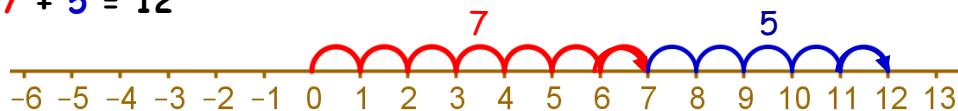


ZBRAJANJE CIJELIH BROJEVA NA BROJEVNOM PRAVCU

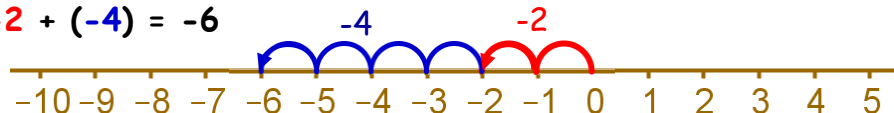
Zbrajanje cijelih brojeva možemo slikovito prikazati i na brojevnom pravcu. Ako su pribrojnici pozitivni brojimo u desno, u pozitivnom smjeru a ako su brojevi negativni brojimo u lijevo u negativnom smjeru.

Primjer:

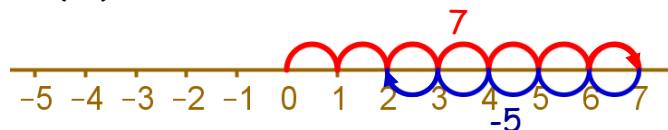
a) $7 + 5 = 12$



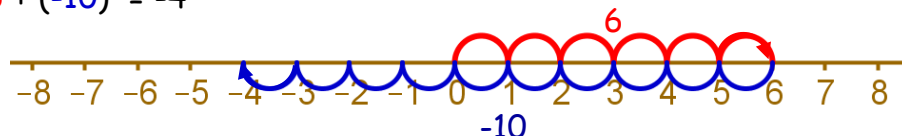
b) $-2 + (-4) = -6$



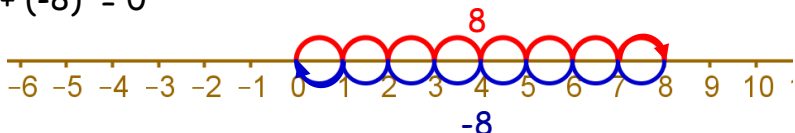
c) $7 + (-5) = 2$



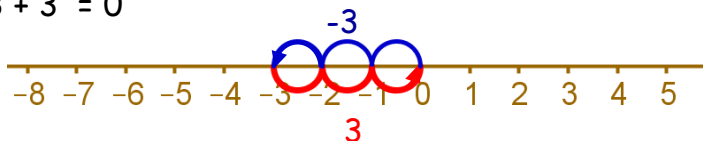
d) $6 + (-10) = -4$



e) $8 + (-8) = 0$



e) $-3 + 3 = 0$



ODUZIMANJE CIJELIH BROJEVA

Oduzimanje brojeva je isto što i zbrajanje suprotnog broja.

Primjer:

$12 - 7 = 12 + (-7) = 5$

$12 - 20 = 12 + (-20) = -8$

$12 - (-7) = 12 + 7 = 19$

$12 - (-20) = 12 + 20 = 32$

Zato zbrajanje negativnih brojeva možemo kraće pisati u obliku oduzimanja.

$25 + (-16) = 25 - 16 = 9$

$-32 + (-11) = -32 - 11 = -43$

Sve ovo možemo zapisati u tablici:

$+$	$(+)$	$=$	$+$	$+$	$(-)$	$=$	$-$
$-$	$(+)$	$=$	$-$	$-$	$(-)$	$=$	$+$

MNOŽENJE CIJELIH BROJEVA

Cijele brojeve množimo tako da pomnožimo apsolutne vrijednosti a satim dodamo minus ako je potrebno. Ako pomnožimo dva broja jednakih predznaka (pozitivan broj s pozitivnim brojem ili negativan broj s negativnim) rezultat će biti pozitivan. Ako pomnožimo dva broja različitih predznaka (pozitivan i negativan) rezultat će biti negativan. To možemo prikazati tablicom gdje su pozitivni brojevi označeni s (+) a negativni s (-).

Dva minusa se kod množenja poništavaju.

$(+)$	\cdot	$(+)$	$=$	$(+)$	$(-)$	\cdot	$(+)$	$=$	$(-)$
$(+)$	\cdot	$(-)$	$=$	$(-)$	$(-)$	\cdot	$(-)$	$=$	$(+)$

Primjer:

a) $7 \cdot 5 = 35$

b) $7 \cdot (-5) = -35$

c) $-7 \cdot 5 = -35$

d) $-7 \cdot (-5) = 35$

Kod množenja više faktora umnožak će biti $\left\{ \begin{array}{l} \text{pozitivan ako je paran broj negativnih faktora.} \\ \text{negativan ako je neparan broj negativnih faktora.} \end{array} \right.$

Primjer:

a) $-1 \cdot 2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-5) = -120$

b) $-1 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-5) = 120$

DIJELJENJE CIJELIH BROJEVA

Cijele brojeve dijelimo tako da podijelimo apsolutne vrijednosti a satim dodamo minus ako je potrebno. Ako podijelimo dva broja jednakih predznaka (pozitivan broj s pozitivnim brojem ili negativan broj s negativnim) rezultat će biti pozitivan. Ako podijelimo dva broja različitih predznaka (pozitivan broj s negativnim ili negativan broj s pozitivnim) rezultat će biti negativan. To možemo prikazati tablicom:

Dva minusa se i kod dijeljenja poništavaju.

$$(+):(+) = (+) \quad (-):(+) = (-)$$

$$+):(-) = (-) \quad (-):(-) = (+)$$

Primjer:

a) $63 : 7 = 9$ b) $63 : (-7) = -9$ c) $-63 : 7 = -9$ d) $-63 : (-7) = 9$

ZADACI SA ZAGRADAMA

Ponekad ne možemo izračunati ono što je u zagradi pa se moramo najprije riješiti zagrada da bi mogli riješiti zadatak do kraja.

➤ Ako je ispred zagrade **plus** zagradu možemo izostaviti

Primjer:

a) $-5 + (7 - 3 + 4) = -5 + 7 - 3 + 4 = 11 - 8 = 3$

b) $3x - 5 + (2x - 7) = 3x - 5 + 2x - 7 = 5x - 12$

c) $-2a - 8b + (5a + 3b) = -2a - 8b + 5a + 3b = 3a - 5b$

➤ Ako je ispred zagrade **minus** zagradu izostavljamo ali predznake u zagradi moramo promjeniti.

Primjer:

a) $-5 - (7 - 3 + 4) = -5 - 7 + 3 - 4 = 3 - 16 = -13$

b) $3x - 5 - (2x - 7) = 3x - 5 - 2x + 7 = x + 2$

c) $-2a - 8b - (5a + 3b) = -2a - 8b - 5a - 3b = -7a - 11b$

➤ Ako je ispred zagrade **neki broj** tada sve što je u zagradi pomnožimo s tim brojem pazeći pri tom na predznake.

Primjer:

a) $-5 + 2(7 - 3 + 4) = -5 + 14 - 6 + 8 = 22 - 11 = 11$

b) $3x - 5 - 3(2x - 7) = 3x - 5 - 6x + 21 = -3x + 16$

c) $-2a - 8b - 4(5a + 3b) = -2a - 8b - 20a - 12b = -22a - 20b$